

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 13 » февраля 20 23 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Вейвлет-анализ  
(наименование)

**Форма обучения:** очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** магистратура  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** 108 (3)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления)

**Направленность:** Математическое моделирование физико-механических процессов  
(наименование образовательной программы)

## 1. Общие положения

### 1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса состоит в знакомстве с основами нового направления прикладной математики – вейвлет-анализа, находящего эффективное применение в математике, механике, физике, компьютерных и телекоммуникационных технологиях.

Задачи дисциплины

В результате изучения дисциплины обучающийся должен знать:

- три основных направления теории вейвлетов: непрерывного вейвлет-преобразование, дискретное вейвлет-преобразование (вейвлет-базисы) и численные методы (в частности, решение дифференциальных уравнений в частных производных);

уметь:

- использовать методы вейвлет-анализа для анализа и численного моделирования систем и процессов;

владеть:

- навыками применения методов и алгоритмов вейвлет-анализа к различным задачам механики и математической физики, анализа сигналов и изображений, а также сжатия информации.

### 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

- основные понятия и определения теории вейвлет-анализа;
- математические основы непрерывного и дискретного вейвлет-преобразования;
- численные алгоритмы непрерывного и дискретного вейвлет-преобразований;
- методы анализа временных сигналов и пространственных полей различной природы;
- методы сжатия информации;
- методы фильтрации и удаления шума;
- численные методы и компьютерные алгоритмы решения дифференциальных уравнений в частных производных;
- методы построения вейвлетов, адаптированных тем или иным образом к решаемым задачам.

### 1.3. Входные требования

При изложении дисциплины используются такие разделы математики как функциональный анализ, теория функций комплексного переменного и др., а также такие методы вычислительной математики как численное интегрирование, интерполяция, аппроксимация и т.п.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.2	ИД-1ПК-1.2	знает теорию непрерывного и дискретного вейвлет-преобразования	Знает парадигму и основные концепции развития прикладной математики и математического моделирования, современные подходы и методы проведения научных исследований, современные и классические математические модели сложных физико-механических процессов.	Контрольная работа
ПК-1.2	ИД-2ПК-1.2	умеет использовать методы вейвлет-анализа для анализа физических процессов различной природы и численного моделирования систем и процессов	Умеет анализировать возможности и применимость математических моделей физико-механических процессов, применять и модифицировать их для решения научных и прикладных задач, разрабатывать новые математические модели при выполнении научных исследований на современном уровне.	Индивидуальное задание
ПК-1.2	ИД-3ПК-1.2	владеет навыками разработки и компьютерной реализации численных алгоритмов, основанных на вейвлетах	Владеет навыками выполнения научно-исследовательской работы, самостоятельной разработки новых математических моделей физико-механических систем и процессов, применения и модификации известных и самостоятельно разработанных математических моделей для получения новых научных и прикладных результатов	Курсовая работа

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	36	36	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)			
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	34	34	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	72	72	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет			
Зачет	9	9	
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)	18	18	
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	
1-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Непрерывное вейвлет-преобразование	0	0	12	17
<p>Тема 1. Стационарные и нестационарные сигналы. Возможности и недостатки преобразования Фурье и оконного преобразования Фурье при анализе нестационарных сигналов. Принцип неопределенности и частотно-временная локализация функций.</p> <p>Тема 2. Основные определения. Параметризация вейвлета. Сохранение <math>L^2</math>-нормы. Условие допустимости. Изменение частотно-временной локализации вейвлета при изменении параметров.</p> <p>Тема 3. Формулы анализа и синтеза. Формулы анализа и синтеза в общем случае. Формулы анализа и синтеза в пространстве Фурье. Формулы синтеза в случае рассмотрения только положительных масштабов. Формула восстановления для действительных и прогрессивных вейвлетов. Обобщение на случай разных вейвлетов для анализа и синтеза. Ослабление условия допустимости. Формула восстановления Морле.</p> <p>Тема 4. Свойства непрерывного вейвлет-преобразования. Линейность. Ковариантность относительно масштабирования и сдвига. Частотно-временная локализация. Изометрия между пространством анализируемых функций и пространством вейвлет-образов. Воспроизводящее ядро.</p> <p>Тема 5. Примеры вейвлет-функций. Действительные вейвлеты. Производные функции Гаусса. Комплексные (прогрессивные) вейвлеты. Вейвлет Морле.</p> <p>Тема 6. Методы визуализации результатов. Плоскость вейвлет-коэффициентов. Выбор шкалы по оси масштабов. Особенности представления вейвлет-преобразования в случае прогрессивных вейвлетов. Различные нормировки вейвлет-коэффициентов.</p> <p>Тема 7. Алгоритмы вычисления непрерывного вейвлет-преобразования. Квадратурная формула прямоугольников вычисления вейвлет-преобразования. Выбор минимального и максимального масштабов. Краевые эффекты. Оценка числа операций, требуемых для вычисления непрерывного вейвлет-преобразования. Формула вычисления непрерывного вейвлет-преобразования на основе алгоритма быстрого преобразования Фурье.</p> <p>Тема 8. Распределение энергии сигнала с точки зрения вейвлет-преобразования. Связь между частотой и масштабом. Локальный и интегральный</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
вейвлет-спектры мощности сигнала. Связь между интегральным вейвлет-спектром и спектром Фурье. Определение длительности вейвлета. Локальный вейвлет-спектр как функция частоты. Тема 9. Частотная и амплитудная модуляции сигнала. Понятие скелета и хребта сигнала. Каноническое представление сигнала. Преобразование Гильберта. Понятие мгновенной частоты сигнала. Асимптотические сигналы. Алгоритм выделения скелета сигнала. Тема 10. Непрерывное вейвлет-преобразование в многомерном случае. Центральные-симметричные вейвлеты. Двумерное непрерывное вейвлет-преобразование. Свойства непрерывного двумерного вейвлет-преобразования. Способы представления двумерного анизотропного вейвлет-преобразования. Примеры двумерных вейвлетов. Подлинно ориентированные (направленные) вейвлеты. Вейвлет Коши. Тема 11. Приложения двумерного непрерывного вейвлет-преобразования. Поточечный анализ. Применение направленных вейвлетов. Фильтрация в заданных направлениях. Масштабно-угловая мера. Выделение вращательно-дилатационных симметрий. Примеры анализа фрактальных множеств, квазирешеток и покрытий Пенроуза.				
Вейвлет-базисы. Дискретное вейвлет-преобразование	0	0	14	17
Тема 12. Понятие вейвлет-базиса. Параметризация базисных функций, отличие от непрерывного случая. Простейшие примеры базисных функций. Примеры вейвлет-базисов: базисы Хаара и Литтлвуда-Пэли (Шеннона). Тема 13. Кратно-масштабный анализ. Основные определения. Понятие масштабирующей функции и масштабирующего соотношения. Масштабирующее соотношение в пространстве Фурье. Маски, соответствующие масштабирующей функции и вейвлету. Низкочастотный и высокочастотный фильтры. Основные соотношения кратно-масштабного анализа в терминах масок. Ослабление требований, накладываемых на масштабирующие функции. Вейвлеты Мейера. Тема 14. Ослабление требований, накладываемых на масштабирующие функции. Семейство вейвлетов Баттла-Лемарье. Понятие базиса Риса. В-сплайны. Процедура ортогонализации. Убывание вейвлетов Баттла-Лемарье на бесконечности. Тема 15. Вейвлеты с компактным носителем Добеши. Условие ортогональности				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>масштабирующих функций с компактным носителем как полиномиальное уравнение относительно тригонометрических функций. Общее решение этого полиномиального уравнения для заданного числа обращений в нуль моментов вейвлета. Извлечение “квадратного корня” из положительного полинома с помощью леммы Риса. Достаточное условие для ортогональности базисных функций с компактным носителем. Связь между длиной носителя вейвлета Добеши и его гладкостью.</p> <p>Тема 16. Алгоритмы быстрого вейвлет-преобразования, связь с полосовым кодированием. Формулы анализа и синтеза. Способы определения проекции анализируемого сигнала на пространство самого высокого разрешения. Число операций для случая вейвлетов с компактным носителем. Формулы вейвлет-анализа/синтеза как свертки с высокочастотным и низкочастотным фильтрами. Квадратурные зеркальные фильтры (QMF filters).</p> <p>Тема 17. Применение дискретного вейвлет-преобразования для сжатия информации. Связь степени сжатия с числом обращений в нуль моментов. Выбор количества отбрасываемых коэффициентов при заданной допустимой погрешности.</p> <p>Тема 18. Биортогональные базисы. Отсутствие симметрии в случае ортогональных вейвлетов с компактным носителем. Кратномасштабные анализы в биортогональном случае. Формулы анализа-синтеза. Условие биортогональности масштабирующих функций в терминах масок. Связь между биортогональными вейвлетами и масштабирующими функциями. Симметрия биортогональных вейвлетов и масштабирующих функций с компактным носителем. Полиномиальное уравнение для масок биортогональных масштабирующих функций. Общее решение полиномиального уравнения. Связь между гладкостью основных вейвлетов и числом обращений в нуль моментов дуальных вейвлетов. Примеры биортогональных симметричных вейвлетов с компактным носителем, основанных на B-сплайнах.</p> <p>Тема 19. Вейвлет-базисы в многомерном случае. Сепарабельный случай. Двумерный кратномасштабный анализ как тензорное произведение одномерных кратномасштабных анализов. Двумерный алгоритм анализа-синтеза. Число вейвлетов в N-мерном случае. Несепарабельные вейвлет-базисы. Условие</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>унитарности матрицы масок.</p> <p>Тема 20. Вейвлеты на отрезке. Проблема краевых эффектов и методы ее решения. Основные принципы построения вейвлет-базисов на отрезке: разделение вейвлетов и масштабирующих функций на граничные и внутренние; трансформация граничных вейвлетов и масштабирующих функций с целью сохранения числа обращений в нуль моментов, ортогональности и точного представления масштабирующими функциями полиномов вплоть до некоторой степени. Удовлетворение однородных граничных условий Дирихле и Неймана. Рассмотрение больших масштабов при одновременном учете обеих границ интервала.</p> <p>Тема 21. Вейвлет-пакеты. Понятие вейвлет-пакета. Параметризация функции, образующей вейвлет-пакет. Теорема о выборе базиса. Алгоритм вычисления коэффициентов вейвлет-пакета. Условие на бинарное дерево, соответствующее ортонормированному базису. Понятие ценовой функции и информационной энтропии. Алгоритм выбора оптимального базиса. Обобщение на двумерный случай.</p>				
Применение вейвлет-базисов в численных методах	0	0	5	19
<p>Тема 22. Метод Галеркина применительно к вейвлет-базисам. Схемы дискретизации времени. Представление решения в вейвлет-пространстве, зависимость убывания коэффициентов разложения от гладкости решения. Представление дифференциальных операторов в вейвлет-базисах: стандартное и нестандартное представления, случаи линейных и нелинейных операторов. Алгоритм динамической адаптации разрешения.</p> <p>Тема 23. Метод Петрова-Галеркина с использованием биортогональных базисов. Базисы, диагонализующие линейные дифференциальные операторы. Мономиальные дифференциальные операторы и сумма дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Двумерный и трехмерный случай. Гиперболические операторы. Удовлетворение граничным условиям.</p> <p>Тема 24. Вычисление матриц дифференциальных операторов в базисах с компактным носителем. Неэффективность численного определения элементов матриц дифференциальных операторов в вейвлет-базисах с компактным носителем. Точный алгоритм вычисления интегралов от произведения масштабирующих функций и их производных в случае компактного носителя. Линейные и квадратичные операторы.</p>				



Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Тема 25. Многомерный случай. Удовлетворение граничным условиям типа Дирихле и Неймана, декомпозиция области. Тема 26. Вейвлет-базисы с нулевой дивергенцией или ротором. Понятие векторных вейвлетов. Основные соотношения. Обобщение на другие векторные дифференциальные операторы.				
Вейвлет-фреймы. Лифтинговая схема. Вейвлеты второго поколения. Мультивейвлеты. Вейвлеты с матричным растяжением	0	0	3	19
Тема 27. Вейвлет-фреймы. Принцип унитарного расширения. Понятие фрейма (frame). Неравенства, определяющие фрейм. Сжатый (tight) фрейм. Границы фрейма. Дуальные фреймы. Базисы Рисса, как частные случаи фреймов. Конечномерные примеры. Устойчивость разложений по фреймам к возмущениям коэффициентов разложения. Фреймы в случае вейвлетов. Принцип унитарного расширения (Unitary Extension Principle). Способы построения масок, расширяющих матрицу до унитарной. Примеры вейвлет-фреймов с компактным носителем. Тема 28. Лифтинговая схема. Вейвлеты второго поколения. Лифтинг – как схема построения вейвлетов (ортогональных, биортогональных), обладающих новыми полезными свойствами. Примеры. Вейвлеты второго поколения – неинвариантные относительно сдвига и/или масштабирования системы функций. Методы их построения с помощью лифтинга. Тема 29. Мультивейвлеты. Понятие мультивейвлета. Условия факторизации на матрицу низкочастотных масок. Преимущества, даваемые мультивейвлетами. Примеры. Тема 30. Вейвлеты с матричным растяжением. Условия, налагаемые на матрицу растяжения. Примеры матриц растяжения. Зависимость регулярности вейвлета от вида матрицы растяжения. Вейвлеты на шахматной сетке (quincunx lattice). Достаточность одного вейвлета в двумерном случае. Примеры.				
ИТОГО по 1-му семестру	0	0	34	72
ИТОГО по дисциплине	0	0	34	72

### Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
--------	--

<b>№ п.п.</b>	<b>Наименование темы практического (семинарского) занятия</b>
1	Преобразование Фурье и оконное преобразование Фурье. Возможности и недостатки при анализе нестационарных сигналов.
2	Параметризация вейвлета. Изменение частотно-временной локализации вейвлета при изменении параметров. Формулы анализа и синтеза.
3	Свойства непрерывного вейвлет-преобразования. Примеры вейвлет-функций.
4	Методы визуализации результатов вейвлет-преобразования. Алгоритмы вычисления непрерывного вейвлет-преобразования.
5	Связь между частотой и масштабом. Локальный вейвлет-спектр как функция частоты. Частотная и амплитудная модуляции сигнала. Каноническое представление сигнала. Преобразование Гильберта. Алгоритм выделения скелета сигнала.
6	Непрерывное вейвлет-преобразование в многомерном случае. Приложения двумерного непрерывного вейвлет-преобразования.
7	Вейвлет-базис. Параметризация базисных функций, отличие от непрерывного случая. Простейшие примеры базисных функций.
8	Кратно-масштабный анализ. Ослабление требований, накладываемых на масштабирующие функции.
9	Вейвлеты с компактным носителем Добеши. Алгоритмы быстрого вейвлет-преобразования, связь с полосовым кодированием.
10	Применение дискретного вейвлет-преобразования для сжатия информации.
11	Биортогональные базисы. Вейвлет-базисы в многомерном случае.
12	Вейвлеты на отрезке. Проблема краевых эффектов и методы ее решения. Вейвлет-пакеты.
13	Метод Галеркина применительно к вейвлет-базисам. Метод Петрова-Галеркина с использованием биортогональных базисов.
14	Вычисление матриц дифференциальных операторов в базисах с компактным носителем.
15	Многомерный случай. Удовлетворение граничным условиям типа Дирихле и Неймана, декомпозиция области.
16	Векторные вейвлеты. Вейвлет-фреймы.
17	Лифтинговая схема. Вейвлеты второго поколения. Мультивейвлеты. Вейвлеты с матричным растяжением.

#### Тематика примерных курсовых проектов/работ

<b>№ п.п.</b>	<b>Наименование темы курсовых проектов/работ</b>
1	Вычисление коэффициентов матриц дифференциальных операторов в вейвлет-базисах с компактным носителем.
2	Построение биортогональных вейвлет-базисов, адаптированных к некоторым линейным дифференциальным операторам, т.е. приводящих матрицы дифференциальных операторов к диагональному виду.
3	Построение биортогональных вейвлет-базисов, удовлетворяющих однородным граничным условиям Дирихле или Неймана.
4	Разработка и компьютерная реализация алгоритмов численного решения линейных дифференциальных уравнений, используя вейвлет-базисы, адаптированные к дифференциальным операторам.

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
5	Разработка и компьютерная реализация алгоритмов численного решения нелинейных дифференциальных уравнений методом коллокации, используя вейвлет-базисы, адаптированные к дифференциальным операторам.
6	Разработка и компьютерная реализация неявных алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений, используя вейвлет-базисы, адаптированные к левой части численной схемы.
7	Разработка и компьютерная реализация алгоритма решения уравнений гиперболического типа, используя вейвлет-базисы, адаптированные к гиперболическому дифференциальному оператору.

## 5. Организационно-педагогические условия

### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

### 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе).

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории : учебное пособие для вузов : пер. с нем. / К. Блаттер. - Москва: Техносфера, 2004.	4
2	Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB : учеб. пособие для вузов / Н.К.Смоленцев. - М.: ДМК Пресс, 2005.	1
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		

1	Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике / В.П. Дьяконов. - М.: Солон-Р, 2002.	1
2	Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов : учебное пособие для вузов : пер. с англ. / С. Малла. - М.: Мир, 2005.	5
3	Чуи Ч.К. Введение в вэйвлеты : пер. с англ. : учебное пособие / Ч.К. Чуи. - Москва: Мир, 2001.	1
<b>2.2. Периодические издания</b>		
	Не используется	
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Введение в математическое моделирование : учебное пособие для вузов / В. Н. Ашихмин [и др.]. - Москва: Логос, 2004.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2392">http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2392</a>	локальная сеть; авторизованный доступ

## 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	MATLAB 7.9 + Simulink 7.4 Academic, ПНИПУ 2009 г.

## 6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="http://lib.pstu.ru/">http://lib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>

### **7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Курсовая работа	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	10
Практическое занятие	Видеопроектор	1
Практическое занятие	ноутбук	1
Практическое занятие	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	10

### **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе
------------------------------

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
«Вейвлет-анализ»

*Приложение к рабочей программе дисциплины*

<b>Направление подготовки:</b>	01.04.02 Прикладная математика и информатика
<b>Направленность (профиль) образовательной программы:</b>	Математическое моделирование физико-механических процессов
<b>Квалификация выпускника:</b>	«Магистр»
<b>Выпускающая кафедра:</b>	Математическое моделирование систем и процессов
<b>Форма обучения:</b>	Очная

**Курс:** 1

**Семестр:** 1

**Трудоёмкость:**

Кредитов по рабочему учебному плану:	3 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	108 ч.

**Форма промежуточной аттестации:**

Зачёт: 1 семестр	Курсовая работа: 1 семестр
------------------	----------------------------

Пермь 2023

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

### **1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля**

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (1-го семестра учебного плана) и разбито на 3 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля			
	Текущий	Рубежный	Промежуточный	
	ТО	Т/РКР	КР	Зачет
<b>Усвоенные знания</b>				
<b>З.1.</b> знает теорию непрерывного и дискретного вейвлет-преобразования	ПЗ	РКР		ТВ
<b>Освоенные умения</b>				
<b>У.1.</b> умеет использовать методы вейвлет-анализа для анализа физических процессов различной природы и численного моделирования систем и процессов	ПЗ		КР	ПЗ
<b>Приобретенные владения</b>				
<b>В.1.</b> владеет навыками разработки и компьютерной реализации численных алгоритмов, основанных на вейвлетах			КР	

*ТО – теоретический опрос; РКР – рубежная контрольная работа; КР – курсовая работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание;*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде зачета, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

### **2.1. Текущий контроль**

Текущий контроль для оценивания компонентов дисциплинарной части компетенции (табл. 1.1) проводится в форме проверки выполненных студентами практических заданий по каждой теме дисциплины и проверки индивидуальных заданий, выполняемых студентами в рамках самостоятельной работы. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

#### **2.1.1. Выполнение практических заданий по темам дисциплины**

Практические задания выполняются студентами по каждой теме дисциплины.

#### **Типовые практические задания по темам дисциплины**

Тема 1. Использование непрерывного преобразования Фурье для демонстрации принципа неопределенности на примере функции Гаусса.

Тема 2. Исследование зависимости вейвлет-функции от параметров. Изменение частотно-временной локализации вейвлета при изменении параметров.

Тема 3. Использование формулы восстановления Морле на примере анализа модельного сигнала.

Тема 4. Демонстрация линейности и ковариантности относительно масштабирования и сдвига непрерывного вейвлет-преобразования на примере анализа модельных сигналов.

Тема 5. Определение числа обращений в нуль моментов у некоторых вейвлетов.

#### **2.1.2. Выполнение индивидуального задания на самостоятельную работу**

Для текущего оценивания знаний и умений в процессе изучения дисциплины используется индивидуальное задание студенту. Список типовых индивидуальных заданий студенту приведен в РПД.

Типовые шкала и критерии оценки результатов защиты индивидуальных заданий приведены в общей части ФОС магистерской программы.

### **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1.1) проводится согласно графика учебного процесса, приведенного в РПД, в форме рубежных контрольных работ (после изучения каждого раздела учебной дисциплины).

#### **2.2.1. Рубежная контрольная работа**

Согласно РПД запланировано 4 рубежные контрольные работы (КР) после освоения студентами соответствующих разделов дисциплины. Первая КР по разделу 1 модуля 1, вторая КР – по разделу 2 модуля 2, третья КР – по разделу 3 модуля 3, четвертая КР – по разделу 4 модуля 3.

#### **Типовые задания первой РКР:**

1. Понятие вейвлет-преобразования. Принцип неопределенности



Гейзенберга. Сравнение с преобразованием Фурье и оконным преобразованием Фурье.

2. Непрерывное вейвлет-преобразование: условие допустимости, основные формулы анализа, формулы обращения.

3. Свойства непрерывного вейвлет-преобразования.

4. Примеры вейвлет-функций.

5. Алгоритмы вычисления непрерывного вейвлет-преобразования. Методы визуализации результатов вейвлет-преобразования.

#### **Типовые задания второй РКР:**

1. Вейвлет-базис. Параметризация базисных функций, отличие от непрерывного случая. Простейшие примеры базисных функций.

2. Кратно-масштабный анализ.

3. Ослабление требований, накладываемых на масштабирующие функции.

4. Вейвлеты с компактным носителем Добеши.

5. Алгоритмы быстрого вейвлет-преобразования, связь с полосовым кодированием.

#### **Типовые задания третьей РКР:**

1. Метод Галеркина применительно к вейвлет-базисам.

2. Метод Петрова-Галеркина с использованием биортогональных базисов.

3. Вычисление матриц дифференциальных операторов в базисах с компактным носителем.

4. Многомерный случай. Удовлетворение граничным условиям типа Дирихле и Неймана, декомпозиция области.

#### **Типовые задания четвертой РКР:**

1. Векторные вейвлеты.

2. Вейвлет-фреймы.

3. Лифтинговая схема. Вейвлеты второго поколения.

Типовые шкала и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС магистерской программы.

### **2.3. Курсовая работа**

Для оценивания навыков и опыта деятельности (владения), как результата обучения по дисциплине используется курсовая работа. Типовые темы курсовых работ приведены в РПД.

Защита курсовой работы проводится индивидуально каждым студентом. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС магистерской программы.

#### **Типовые темы курсовых работ (КР):**

1. Вычисление коэффициентов матриц дифференциальных операторов в вейвлет-базисах с компактным носителем.

2. Разработка и компьютерная реализация алгоритмов численного решения линейных дифференциальных уравнений, используя вейвлет-базисы, адаптированные к дифференциальным операторам.

3. Разработка и компьютерная реализация алгоритмов численного решения нелинейных дифференциальных уравнений методом коллокации, используя вейвлет-базисы, адаптированные к дифференциальным операторам.

4. Разработка и компьютерная реализация неявных алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений, используя вейвлет-базисы, адаптированные к левой части численной схемы.

5. Разработка и компьютерная реализация алгоритма решения уравнений гиперболического типа, используя вейвлет-базисы, адаптированные к гиперболическому дифференциальному оператору.

#### **2.4. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех контрольных работ и индивидуального задания, выполнение курсовой работы и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

##### **2.4.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания**

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Зачет по дисциплине основывается на результатах выполнения предыдущих индивидуальных заданий студента по данной дисциплине.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде зачета приведены в общей части ФОС образовательной программы.

##### **2.4.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания**

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация в виде зачета по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки освоенных умений и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций.

###### **2.4.2.1. Типовые вопросы и задания для зачета по дисциплине**

###### **Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:**

1. Характеристики сигналов, выявляемые с помощью вейвлет-преобразования. Распределение энергии: локальный и интегральный вейвлет-спектры. Связь со спектром Фурье.

2. Связь между частотой и масштабом.

3. Непрерывное вейвлет-преобразование в многомерном случае. Двумерное непрерывное вейвлет-преобразование. Свойства.

4. Способы представления двумерного непрерывного вейвлет-преобразования. Примеры двумерных вейвлетов.

5. Приложения двумерного непрерывного вейвлет-преобразования.

**Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений:**

1. Покажите, что образ Фурье вейвлета Хаара убывает обратно пропорционально первой степени частоты (например, выведите формулу для образа Фурье вейвлета Хаара).

2. Определите, сколько обращений в нуль моментов имеет вейвлет Шеннона (Литтлвуда-Пэли)?

3. Выведите формулу для масштабирующей функции, соответствующей вейвлету Шеннона (Литтлвуда-Пэли).

4. Проверьте, что вейвлеты являются ортонормированными относительно целочисленного сдвига.

5. Докажите, что если маска является тригонометрическим полиномом, то квадрат абсолютной величины маски есть полином относительно косинусов. Справедливо ли это утверждение только для действительных коэффициентов или в общем случае?

Приобретенные владения проверяются и оцениваются при защите курсовой работы. Типовые темы курсовой работы перечислены в РПД.

#### **2.4.2.2. Шкалы оценивания результатов обучения на зачете**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций**

#### **3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций**

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.